

Die Knobelecke

*Mathematik außerhalb des Unterrichts
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim*

Musterlösung 4. Runde 2023/24 Klassenstufen 9 und 10

Aufgabe 1

$$b = 23 - a - c \quad \Rightarrow \quad a = 23 - b - c \quad (\text{I})$$

$$2b = 52 - (a + 3c) \quad \Rightarrow \quad a = 52 - 2b - 3c \quad (\text{II})$$

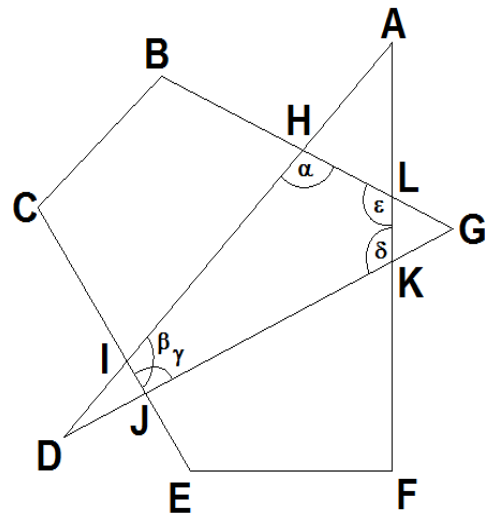
$$3b = 70 - 4c - a \quad \Rightarrow \quad a = 70 - 3b - 4c \quad (\text{III})$$

Die Summe der Gleichungen (I) und (II) ergibt: $2a = 75 - 3b - 4c$.
Subtrahiert man davon die Gleichung (III), so
erhält man direkt $a = 5$.

Aufgabe 2

Die Winkelsumme des „inneren“ Fünfecks¹ HIJKL beträgt $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 540^\circ$. Nun betrachten wir die „äußeren“ Drei- und Vierecke. Bezeichnen wir der Einfachheit halber den Innenwinkel bei Ecke A mit $\angle A$ usw.:

- Dreieck AHL:
 $\angle A = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) - (180^\circ - \varepsilon)$
 $= \alpha + \varepsilon - 180^\circ$
- Viereck BCIH:
 $\angle B + \angle C + (180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta) = 360^\circ$, also $\angle B + \angle C = \alpha + \beta$
- Dreieck DJI (Rechnung wie bei AHL, siehe oben):
 $\angle D = \beta + \gamma - 180^\circ$
- Viereck EFKJ (Rechnung wie bei BCIH, siehe oben):
 $\angle E + \angle F = \gamma + \delta$



¹ Die Winkelsumme im Dreieck ist bekanntlich 180° , für jede Ecke kommt ein gestreckter Winkel (180°) hinzu.

Die Knobelecke

*Mathematik außerhalb des Unterrichts
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim*

- Dreieck GLK (vgl. oben):
 $\angle G = \delta + \varepsilon - 180^\circ$

Insgesamt ergibt sich, die Außenwinkel aufsummiert:

$$\begin{aligned} & \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G \\ = & \alpha + \varepsilon - 180^\circ + \alpha + \beta + \beta + \gamma - 180^\circ + \gamma + \delta + \delta + \varepsilon - 180^\circ \\ = & 2(\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon) - 540^\circ \\ = & 2 \cdot 270^\circ - 540^\circ \\ = & 540^\circ \\ = & 6 \cdot 90^\circ \end{aligned}$$

Es ist also $n = 6$.

Aufgabe 3

Wir formen den Term wie folgt um:

$$\begin{aligned} & 3a(4b + 2) - (2b + 1)(5a - 3) \\ = & 6a(2b + 1) - (2b + 1)(5a - 3) \\ = & (2b + 1)(6a - 5a + 3) \\ = & (2b + 1)(a + 3) \end{aligned}$$

Offenbar ist **keiner** der fünf angebotenen Terme äquivalent dazu!

Was man übrigens schon nach *Ausmultiplizieren* sehen kann: Das konstante Glied (ohne a und b) muss +3 sein, es kommt aber stets +6 oder -6 heraus, außer bei III., da resultiert aber -3.