

# Die Knobelecke

*Mathematik außerhalb des Unterrichts  
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim*

## Musterlösung 2. Runde 2023/24

### Klassenstufen 11 bis 13

#### Aufgabe 1

Gegeben waren die Bedingungen:

$$x = |AB| = |BC| = |CD|$$

$$y = |AC| = |AD| = |BD|$$

Daraus folgt sofort:

a) Die gleichschenkligen Dreiecke  $\triangle ACB$  und  $\triangle BDC$  (mit den Seitenlängen  $x, x, y$ ) sind kongruent zueinander (Kongruenzsatz „sss“).

b) Ebenso sind die gleichschenkligen Dreiecke  $\triangle ADC$  und  $\triangle ADB$  (mit den Seitenlängen  $y, y, x$ ) kongruent zueinander.

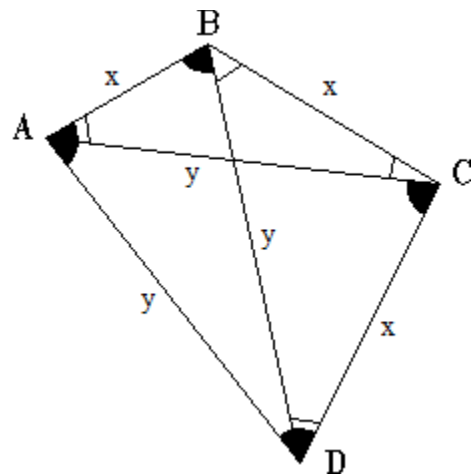
Wegen (a) sind die vier einfach gezeichneten Basiswinkel  $\varphi$  gleich groß; wegen (b) sind die vier ausgefüllt gezeichneten Basiswinkel  $\psi$  gleich groß. Das Viereck ADCB ist ein *gleichschenkliges Trapez mit drei gleich langen Seiten* ( $AD \parallel BC$ ).

Die Winkelsumme im Trapez beträgt  $2\varphi + 4\psi = 360^\circ$ ,

Und im Dreieck  $\triangle ACB$  (oder  $\triangle BDC$ ) ist  $3\varphi + \psi = 180^\circ$ .

Lösen dieses Gleichungssystems ergibt  $10\varphi = 360^\circ$ ,

also  $\varphi = 36^\circ$  und  $\psi = 72^\circ$ . Der Innenwinkel (bei B) des Vierecks beträgt also  $\varphi + \psi = 108^\circ$ .



#### Aufgabe 2

The wrong result ( $x/5$ ) is only  $1/25$  of what would be the correct result ( $5x$ ), that is  $100\%:25 = 4\%$ . Therefore the percentage error is **96%**.

# Die Knobelecke

*Mathematik außerhalb des Unterrichts  
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim*

## Aufgabe 3

Man substituiere  $y = x^2 + x$ . Dann erhält man aus  $x^2 + x + 1 = \frac{156}{x^2 + x}$

$$y + 1 = \frac{156}{y}$$

Es folgt

$$y(y + 1) = 156,$$

eine quadratische Gleichung mit den Lösungen  $y_1 = 12$  und  $y_2 = -13$ .

Also muss gelten

- $x^2 + x = y_1$  (woraus folgt  $x_1=3$  und  $x_2=-4$ )  
oder
- $x^2 + x = y_2$  (keine reellen Lösungen).

Die Summe dieser beiden Lösungen ist also  $x_1 + x_2 = 3 + (-4) = -1$ .